



POLITECNICO DI MILANO

FONDAMENTI DI INFORMATICA

ANNO ACCADEMICO 2000/2001

(ESERCITAZIONI ALLIEVI AMBIENTALI)

Prof. A. BONARINI

Ing. M. MATTEUCCI

ALGEBRA DI BOOLE (1815-1864)

[1]

○ SIMBOLI E VALORI (ACCEZIONI COMUNI)

- ↗ Alto / Basso
- ↗ Vero / Falso
- ↗ Acceso / Spento
- ↗ Aperto / Chiuso
- ↗ 1 / 0 (bit -> costituente elementare dell'info)

○ OPERATORI BOOLEANI (PER NOI SOTTOINSIEME)

- ↗ Not, $\neg$, $\overline{}$, $\neg$ (notazione circuitale)
- ↗ And, $\wedge$, $\bullet$, $\Rightarrow$ (notazione circuitale)
- ↗ Or, $\vee$, $+$, $\Rightarrow$ (notazione circuitale)

ALGEBRA DI BOOLE

[2]

ORDINE DEGLI OPERATORI

↗ Not A And B Or C = ((Not A) And B) Or C = $\bar{A} \bullet B + C$

FUNZIONI BOOLEANE

↗ Funzioni unarie: $f(x)$ (Not)

↗ Funzioni binarie: $f(x, y)$ (And, Or)

DEFINIZIONE DEGLI OPERATORI

↗ Not: $f(x)=0$ sse $x=1$
 $f(x)=1$ sse $x=0$

↗ And: $f(x, y)=1$ sse $x=y=1$
 $f(x, y)=0$ altrimenti

↗ Or: $f(x, y)=0$ sse $x=y=0$
 $f(x, y)=1$ altrimenti

ALGEBRA DI BOOLE

[3]

TAVOLE DELLA VERITÀ (VARIABILI LETTERALI)

↗ Not:

A	Not A
0	1
1	0

↗ And:

A	B	A And B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

↗ Or:

A	B	A Or B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

ALGEBRA DI BOOLE

[4]

○ ALGEBRA DI COMMUTAZIONE (SEGNALI)

↪ Not:



↪ And:

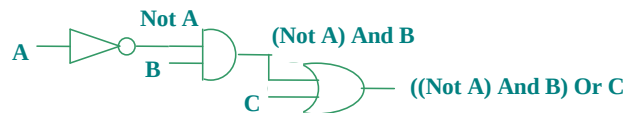


↪ Or:



○ CORCUITI (SEGNALI) & RETI LOGICHE (INFO)

↪ ((Not A) And B) Or C:

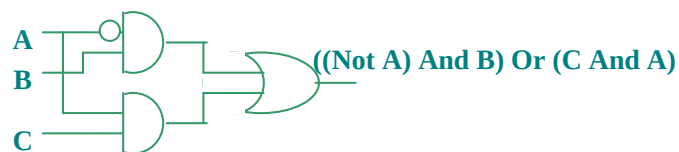


ALGEBRA DI BOOLE

[5]

○ VALUTAZIONE RETI LOGICHE

↪ $\bar{A} \cdot B + CA$



A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{A} \cdot B$	CA	$\bar{A} \cdot B + CA$
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1

ALGEBRA DI BOOLE

[6]

○ TEOREMI FONDAMENTALI

↗	Identità:	$1 \bullet X = X$	$0 + X = X$
↗	Nullò:	$0 \bullet X = 0$	$1 + X = 1$
↗	Idempotenza:	$X \bullet X = X$	$X + X = X$
↗	Inverso:	$\bar{X} \bullet X = 0$	$\bar{X} + X = 1$
↗	Commutativa:	$X \bullet Y = Y \bullet X$	$X + Y = Y + X$
↗	Associativa:	$(X \bullet Y) \bullet Z = X \bullet (Y \bullet Z)$	$(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$
↗	Distributiva:	$X \bullet (Y + Z) = X \bullet Y + X \bullet Z$	$X + (Y \bullet Z) = (X + Y) \bullet (X + Z)$
↗	Assorbimento:	$X \bullet (X + Z) = X$	$X + (X \bullet Y) = X$

○ REGOLE DI DE MORGAN

↗ $\overline{(X \bullet Y)} = \bar{X} + \bar{Y}$

↗ $\overline{(X + Y)} = \bar{X} \bullet \bar{Y}$

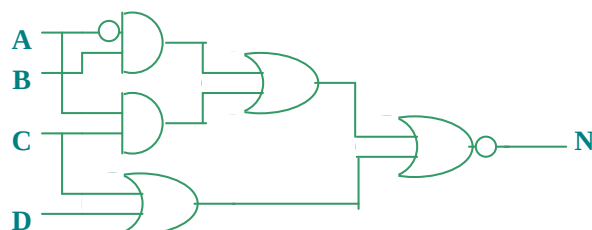
ALGEBRA DI BOOLE

[7]

○ VALUTARE E DISEGNARE CIRCUITO

↗	F	$= \neg A \wedge B$
↗	G	$= A + B + C$
↗	H	$= A \text{ And } B \text{ And } C$
↗	I	$= A \text{ And } B \text{ Or } C$
↗	L	$= (AB + CD)D + ABCD$
↗	M	$= \bar{C} \bullet A \bullet B + \bar{A} \bullet B \bullet C + \bar{B} \bullet C \bullet A$

○ SCRIVERE FORMULA LOGICA E VALUTARE



CODIFICA DELL'INFORMAZIONE

[1]

○ UNITÀ BASE DELL'INFORMAZIONE

- ↗ Bit (0 / 1)
- ↗ Byte (8 bit -> 2^8 -> 256)
- ↗ Kilo Byte (KB= 2^{10} Byte -> 1024 Byte)
- ↗ Mega Byte (MB= 2^{20} -> ...)
- ↗ Giga Byte (GB= 2^{30} -> ...)

○ CODIFICA DELL'INFORMAZIONE

- ↗ Codifica dei Caratteri
- ↗ Codifica dei Num. Naturali (dominio limitato)
- ↗ Codifica dei Num. Interi (dominio limitato)
- ↗ Codifica dei Num. Reali (dominio e precisione limitati)
- ↗ Codifica delle Immagini, Suono ed Altro

CODIFICA DEI CARATTERI

[1]

○ CODIFICA DEI CARATTERI (IL BYTE)

- ↗ Codice di traduzione ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*)
- ↗ 7 bit per codificare 128 caratteri (alfanum.+ speciali)
- ↗ L'ottavo bit (se non ignorato) viene usato per:
 - Codifica di altri 128 caratteri (à, è, ç, ...)
 - Codice di parità (utile in trasmissioni)

○ LA TABELLA DEI CODICI ASCII

0	NUL	32	SP	48	0	65	A	97	a
1	SOH	33	!	49	1	66	B	98	b
2	STX	34	"	50	2	67	C	99	c
3	ETX	35	#	51	3	68	D		...
4	EOT	36	\$	52	4	69	E		...
5	ENQ	37	%	53	5		...		...
6	ACK	38	&		...		...		...
7	BEL		...		...		...		...

CODIFICA NUMERI NATURALI

[1]

○ NUMERI NATURALI

- ↗ Notazione posizionale
- ↗ Base p per la rappresentazione dei numeri (p lettere)
- ↗ Date m cifre rappresento p^m valori (i.e. $0 - p^m - 1$)

○ NOTAZIONE POSIZIONALE

↗ $7207_{10} = 7 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0$

↗
$$N_p = \sum_{i=1}^m c_i * p^{i-1}$$

○ BASI UTILIZZATE:

- ↗ Binaria, Ottale, Esadecimale, Decimale

CODIFICA NUMERI NATURALI

[2]

○ ALFABETI

- ↗ Binario: $\{0, 1\}$
- ↗ Ottale: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- ↗ Decimale: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- ↗ Esadecimale: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$

○ NUMERO LETTERE

↗ $N = \lceil \log_p(\# \text{Valori}) \rceil$

○ CONVERSIONI (SOLO ALCUNE)

- ↗ Da base 2, 8, 16 a base 10
- ↗ Da base 10 a base 2, 8, 16
- ↗ Da base 2 a base 8 e 16

CODIFICA NUMERI NATURALI

[3]

○ DA BASE 2 A BASE 10

$$\Rightarrow 10011_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 19_{10}$$

○ DA BASE 8 A BASE 10

$$\Rightarrow 7201_8 = 7 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 1 \times 8^0 = 3713_{10}$$

○ DA BASE 16 A BASE 10

$$\Rightarrow A02F7_{16} = A \times 16^4 + 0 \times 16^3 + 2 \times 16^2 + F \times 16^1 + 7 \times 16^0 = 656119_{10}$$

○ ALTRI ESEMPI

$$\Rightarrow 72F1_{16} = \text{????}_{10}$$

$$\Rightarrow 1011_2 = \text{????}_{10}$$

$$\Rightarrow 1407_8 = \text{????}_{10}$$

CODIFICA NUMERI NATURALI

[4]

○ CONVERSIONI DA BASE 10 A BASE 2

313	1
156	0
78	0
39	1
19	1
9	1
4	0
2	0
1	1



$$313_{10} = 100111001_2$$

CODIFICA NUMERI NATURALI

[5]

○ CONVERSIONI DA BASE 10 A BASE 8

313	1
39	7
4	4

$$313_{10} = 471_8$$

○ CONVERSIONI DA BASE 10 A BASE 16

313	9
19	3
1	1

$$313_{10} = 139_{16}$$

CODIFICA NUMERI NATURALI

[6]

○ CONVERSIONI DA BASE 2 A BASE 8

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

$$000\ 100\ 111\ 001_2 = 0\ 4\ 7\ 1_8$$

CODIFICA NUMERI NATURALI

[7]

○ CONVERSIONI DA BASE 2 A BASE 16

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

$$0001\ 0011\ 1001_2 = 1\ 3\ 9_{16}$$

CODIFICA NUMERI NATURALI

[8]

○ CODIFICA BCD (BINARY CODED DECIMAL)

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

$$139_{10} = 0001\ 0011\ 1001_{BCD}$$

○ CODIFICA NUMERI FRAZIONARI

- ↗ Numeri Compresi tra 0 e 1
- ↗ Somma di potenze negative della base
- ↗ Approssimazione inferiore a p^{-m}